Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Nº	

Fase Nacional
Soluciones

Apellidos:	
Nombre:	
Centro:	
Comunidad Autónoma:	

NOTA: Por favor, RELLENA ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y

No pongas nada en la casilla Nº

RECUERDA LAS INSTRUCCIONES:

- **No pongas el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.**
- **No escribas nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.**
- **No se entregarán hojas para escribir en sucio. Cada problema se hace en su hoja y si te falta sitio, pides un folio que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.**
- **Sólo se puede tener sobre la mesa bolígrafos o lápices, borrador si quieres y la prueba. Calculadora NO.**
- **Prestar atención a los enunciados de los problemas. Hay que explicar lo que se hace dando razones, de la mejor forma forma que se sepa o se pueda explicar.**
- **Si tienes alguna duda no la preguntes en voz alta; levantas la mano y el profesor irá a aclarártela.**

Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Nº

PROBLEMA 1

Habrás observado que los productos que se encuentran en los comercios, incluidos los libros, llevan un código de barras que permite su identificación. Formando parte de este código aparece un número de 13 dígitos que corresponde a ese producto.

Este número está formado por varios bloques de dígitos que representan la zona geográfica, la empresa y el producto concreto. El último dígito es lo que se denomina un «dígito de control», ya que sirve para detectar algunos de los errores que pueden producirse durante el manejo de dicho número como, por ejemplo, equivocarse al introducir uno de los dígitos o intercambiar dos dígitos consecutivos.

1 234567 890128

Para determinar el dígito de control correspondiente se calcula la suma de todas las cifras que, de izquierda a derecha, ocupan un lugar par, se multiplica el resultado por 3 y se le suman todas las cifras que ocupan un lugar impar; el dígito de control es el número que hay que sumar a este total para que sea múltiplo de 10.

Por ejemplo, como las doce primeras cifras del código anterior son 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2,

$$3 \times (2 + 4 + 6 + 8 + 0 + 2) + (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 1) = (3 \times 22) + 26 = 66 + 26 = 92$$

el dígito de control que le corresponde es el 8 (92 + 8 = 100) y el número completo es el que se ve en la figura.

El ISBN actual de cada libro funciona de la misma manera.

a) En el ISBN de un libro, 9 7 8 8 4 2 3 9 6 8 ■ 4 5, su antepenúltima cifra está borrosa, ¿qué cifra será? (No olvides que el 5 es el dígito de control)

Como el dígito de control es 5, el resultado de las operaciones para obtenerlo es un número cuya cifra de las unidades es 5. Por tanto:

$$3 \times (7 + 8 + 2 + 9 + 8 + 4) + (9 + 8 + 4 + 3 + 6 + \blacksquare) = 144 + \blacksquare$$

Por tanto ■ = 1.

b) Tenemos un libro en cuyo ISBN, 9 7 8 9 5 8 7 0 4 3 6 ■ 6, la penúltima cifra está borrosa, ¿podemos saber qué cifra es la que debería aparecer? (No olvides que el último 6 es el dígito de control)

Como el dígito de control es 6, el resultado de las operaciones para obtenerlo es un número cuya cifra de las unidades es 4. Por tanto:

$$3 \times (7 + 9 + 8 + 0 + 3 + \blacksquare) + (9 + 8 + 5 + 7 + 4 + 6) = 120 + 3 \times \blacksquare$$

Por tanto, 3 x ■ tiene que ser un número de dos cifras que tiene un 4 en la cifra de las unidades y la solución es ■ = 8.

c) Las doce primeras cifras del ISBN de la *Ortografía de la Lengua Española,* de la Real Academia Española, que tenemos en nuestra biblioteca son 9 7 8 8 4 2 3 9 9 2 5 0

¿Qué dígito de control le corresponde?

¿Cambiaría el dígito de control si se intercambian las dos últimas cifras del número anterior?

¿Puedes poner otros ejemplos diferentes en los que el intercambio de dos cifras no haga variar el dígito de control?

¿En qué casos, al intercambiar dos cifras, no varía el mencionado dígito de control?

El dígito de control que le corresponde es 8.

El dígito de control no cambia si se permutan las cifras 5 y 0.

Nº	

Por ejemplo, si cambio el primer 9 con el primer 8, o bien el 7 con el segundo 8, o bien si permutamos el segundo 8 con el 3.

Se pueden distinguir diferentes casos:

a) Cuando se permutan dos cifras situadas en posiciones pares el dígito de control no cambia.
b) Cuando se permutan dos cifras situadas en posiciones impares, el dígito de control tampoco cambia.
c) Si se permutan una cifra situada en posición par y otra situada en posición impar, no cambia el dígito de control si la diferencia entre ellas es un múltiplo de 5.

Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Nº	

PROBLEMA 2

Si entras a Murcia por la zona norte lo harás por la Avenida D. Juan de Borbón, en la que se encuentra la Plaza de los Cubos, llamada así porque en ella hay un conjunto de tres cubos con un peso de 20 toneladas, una altura de 10 metros y un coste total de 35 millones de las antiguas pesetas.

La Facultad de Matemáticas de la Universidad de Murcia proyecta colocar, delante de su puerta, una estructura similar al cubo exterior de esa plaza. Quieren que tenga 3 m de lado y lo van a construir con listones de madera de sección cuadrada de 20 cm de lado.

a) ¿Qué longitud total de listón se utilizará en la construcción del cubo? Explica cómo lo calculas.

La longitud de listón que se necesita es

$$(3 \times 12) - (2 \times 8 \times 0.2) = 36 - 3{,}2 = 32{,}8 \text{ m}$$

b) Si la madera utilizada tiene una densidad de 600 kg/m^3, ¿cuánto pesará la escultura?

Como las aristas son primas de base cuadrada, el volumen de éstos es

$$0{,}2^2 \times 32{,}8 = 1{,}312 \text{ m}^3$$

La escultura pesa

$$1{,}312 \times 600 = 787{,}2 \text{ kg}$$

c) Para protegerla del sol y la lluvia la quieren recubrir toda la madera (incluso la parte que descansa en el suelo) con una lámina plastificada adhesiva. ¿Cuántos metros cuadrados se necesitarán?

Primero forramos los listones sin contar las esquinas:

$$12 \times 0{,}8 \times 2{,}6 = 24{,}96 \text{ m}^2$$

Y ahora las esquinas:

$$8 \times 3 \times 0.2^2 = 0{,}96 \text{ m}^2$$

En total se necesitan 25,92 m^2 de lámina plastificada adhesiva.

Nº	

PROBLEMA 3

Un *Matemago* propone durante su actuación las siguientes cuestiones:

a) Primero nos dice que ha pensado un número natural; lo ha multiplicado por 6; al resultado le ha restado 4; luego ha dividido entre 2; a lo que le ha dado le ha restado 8; y finalmente ha sumado 35. Como resultado ha obtenido el número 40. ¿Puedes decir qué número pensó el *Matemago*?

40 — (− 35) → 5 — (+8)) → 13 — (× 2) → 26 — (+4) → 30) — (÷ 6)) → 5

Mira las soluciones de una de las fases de la olimpiada regional

b) Ahora el *Matemago* piensa de nuevo un número. Le suma el triple de su consecutivo, le añade 21 al resultado y, finalmente, calcula la mitad de lo que ha obtenido. El resultado final es el triple del número inicial, ¿Puedes decir qué número pensó el *Matemago*?

Planteando una ecuación el resultado es 12

A continuación el *Matemago* invita al público a que le plantee cuestiones a él. Una de las personas le propone lo siguiente:

c) «He pensado un número, le he sumado el triple del número pensado, después he sumado 12 a lo que me dio, y el resultado lo he dividido entre 2. Finalmente he restado el doble del número pensado al principio. El resultado final ha sido 6. Adivina el número que pensé al principio».

Se plantea una ecuación y se observa que cualquier número la verificaría por lo que no se puede adivinar el número pensado.

Otro de los asistentes le propone al *Matemago*:

d) «Piensa un número natural cualquiera; súmalo consigo mismo; a lo que obtengas súmale 15; divide el resultado entre 3; finalmente resta el número pensado al principio. Dime qué número natural obtienes y yo te diré qué número pensaste».

Se observa que para que el resultado de las operaciones sea un número natural es preciso que el número pensado sea un múltiplo de 3.

¿Qué opinas de estos dos aprendices de mago? ¿Qué puedes decir de cada una de estas dos propuestas?

Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Nº

PROBLEMA 4

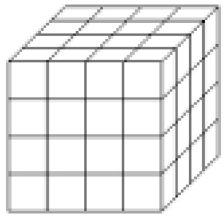
fig 1

El alcalde de Cubilandia quiere adornar el jardín de la ciudad con una escultura, formada toda ella por cubos, en clara alusión al nombre de la ciudad.

El artista encargado toma 64 bloques cúbicos de cemento de 1 metro de lado y los coloca, como se indica en la figura 1, formando un gran cubo que descansa en el suelo. Una vez colocados pinta todas las caras visibles con pintura roja.

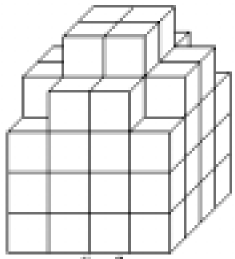
fig 2

a) Antes de presentar el trabajo al alcalde lo enseña al concejal de urbanismo quien, como la ve demasiado sencilla, le sugiere que traslade los cubos de las cuatro esquinas al centro de la cara superior, como se indica en la figura 2.

Al hacerlo, lógicamente, quedan al descubierto zonas sin pintar que deberán cubrirse de pintura. Si el artista se limita a trasladar (sin girarlos) los cuatro cubos a su nueva posición ¿Cuántos metros cuadrados deberá pintar para que quede, de nuevo, toda la escultura roja? Razona la respuesta.

Se tendrán que pintar 12 m^2

.

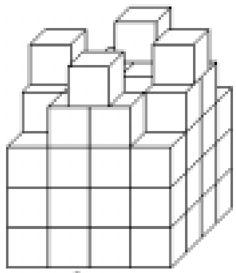
fig 3

b) No obstante, antes de empezar a pintar de nuevo, decide mostrarla al alcalde, quien opina que la escultura quedaría mucho mejor colocando los cuatro cubos que se han movido en el centro de cada una de las caras laterales, como se muestra en la figura 3. De hacerlo así, nuevamente trasladando sin girar nada, ¿cuántos metros cuadrados es necesario pintar?

Ahora será necesario pintar 8 m^2 más, en total 20 m^2.

c) Dando por definitiva esta última versión de la escultura, el artista observa que, si antes de pintar las zonas descubiertas, gira algunos cubos para aprovechar al máximo las caras ya pintadas del cubo original, se ahorra pintura. ¿Qué cubos hay que girar y cómo hay que hacerlo para que el número de metros cuadrados que haya que pintar sea mínimo? (Aclaración: se puede girar cualquiera de los 64 cubos aunque, naturalmente, sólo debe hacerse un giro si con ello ahorramos pintura).

Para aprovechar al máximo las caras pintadas se giran los cubos que están en la segunda fila superior. En cada cara, el cubo de la izquierda se gira 90º en sentido contrario a las agujas del reloj y el de la derecha 90º en el sentido de las agujas del reloj y se tendrían que pintar 4m^2 menos.